1 Définitions

On appelle **série statistique** une liste de plusieurs nombre réels : x_1 ; x_2 ; … ; x_N

L'**effectif** d'une série statistique, noté: N est le nombre de valeurs appartenant à la série. Il peut y avoir plusieurs fois la même valeur.

L'**effectif** d'une valeur de la série est le nombre de fois qu'on retrouve cette valeur dans la série.

La **fréquence** d'une valeur de la série est le quotient de son effectif sur l'effectif total.

La fréquence peut être donnée en pourcentage. (en multipliant la fréquence par 100).

La **distribution** de fréquence est la donnée des fréquences de toutes les valeurs. On la donne souvent dans un tableau. La somme des fréquence vaut toujours 1.

On dit que la série statistique est **ordonnée** lorsque les valeurs de la série sont rangées par ordre croissant.

On appelle **étendue** de la série statistique la différence positive entre la plus grande et la plus petite valeur.

La **moyenne**, notée : $\bar{x}$ est la somme des valeurs de la série divisée par l'effectif.

Exemple : On donne la série suivante : S = { 15 ; 15 ; 7 ; 3 ; 18 ; 4 ; 15 ; 3 ; 10 ; 18 }

Ordonner cette série, donner son effectif, son étendue, sa moyenne. Dans un tableau donner l'effectif et la fréquence (numériquement et en pourcentage) de chaque valeur.

En ordonnant : S = { 3 ; 3 ; 4 ; 7 ; 10 ; 15 ; 15 ; 15 ; 18 ; 18 }

L'effectif total est : 10 valeurs.

L'étendue est : c =18 – 3 = 15

La moyenne est : $\dfrac{3+3+4+7+10+15+15+15+18+18}{10} = 10{,}8$

On donne ensuite la distribution des fréquences dans un tableau :

Valeurs	Fréquence	Fréquence en %
3	0,2	20 %
4	0,1	10 %
7	0,1	10 %
10	0,1	10 %
15	0,3	30 %
18	0,2	20 %
Total	1	100 %

2 Médiane d'une série statistique

*Dans tout ce chapitre, S désigne une série statistique **ordonnée** et N désigne l'effectif de cette série,*

c'est à dire que S est une série statistique comprenant N valeurs.

Définition La médiane d'une série statistique ordonnée sépare la série en deux parties de même effectif. Pour la déterminer pratiquement, il convient de distinguer deux cas :

- Si N est pair, on calcule : $p = \frac{N}{2}$

la médiane est alors la moyenne entre les valeurs de rang p et p+1.

- Si N est impair :

On divise N par 2 et on arrondit à l'entier p supérieur. La médiane est alors la valeur de rang p.

Exemple : Calculer la médiane de chacune des séries :

S = { 1 ; 2 ; 4 ; 8 ; 9 ; 10 ; 11 ; 12 ; 15 ; 16 ; 17 ; 17 ;18 ; 20 }

S' = { 1 ; 2 ; 4 ; 8 ; 9 ; 10 ; 11 ; 12 ; 13 ; 15 ; 16 ; 17 ; 17 ;18 ; 20 }

L'effectif de S est : 14 , on divise 14 par 2 qui donne 7. Les valeurs de rang 7 et 8 sont 11 et 12.
La médiane est la moyenne entre 11 et 12 : 11,5

L'effectif de S' est : 15 , on divise 15 par 2 qui donne 7,5. On arrondit 7,5 à l'entier supérieur : 8
La médiane est la valeur de rang 8, c'est-à-dire 12.

Séries regroupées en classes

Parfois les séries statistiques sont regroupées en classes, c'est à dire qu'on ne donne pas l'effectif de chaque valeur, mais l'effectif d'intervalles de valeurs.

On appelle alors classe modale la classe de plus grand effectif.

Exemple On étudie l'age de 200 personnes. Les résultats sont données par le tableau :

Age (en années)	[0 ; 20 [	[20 ; 35 [	[35 ; 50 [	[60 ; 75 [	[75 ; 97]
Effectif	48	44	56	38	14

Donner la classe modale, l'étendue de la série et la fréquence de chaque classe.

Dans quel intervalle d'âge se situe la médiane ?

La classe modale est [0 ; 20 [car 48 est le plus grand effectif.

Il y a en tous 200 valeurs dans la série, la médiane est la moyenne entre les valeurs de rang 100 et 101, toutes deux dans l'intervalle [35 ; 50 [. La médiane est donc dans cet intervalle.

Pour calculer la moyenne d'une série statistique regroupée en classe, on considère que toutes les valeurs d'une classe sont égales à la moyenne des deux bornes de l'intervalle (Toutes les valeurs d'une classe comptent pour la valeur du milieu de l'intervalle).

Calculer la moyenne de la série de l'exemple précédent.

On compte : 48 fois la valeur 10, 44 fois 27,5…

Cela donne une moyenne de : $\dfrac{48 \times 10 + 44 \times 27,5 + 56 \times 42,5 + 38 \times 67,5 + 14 \times 86}{200} = 39,195$

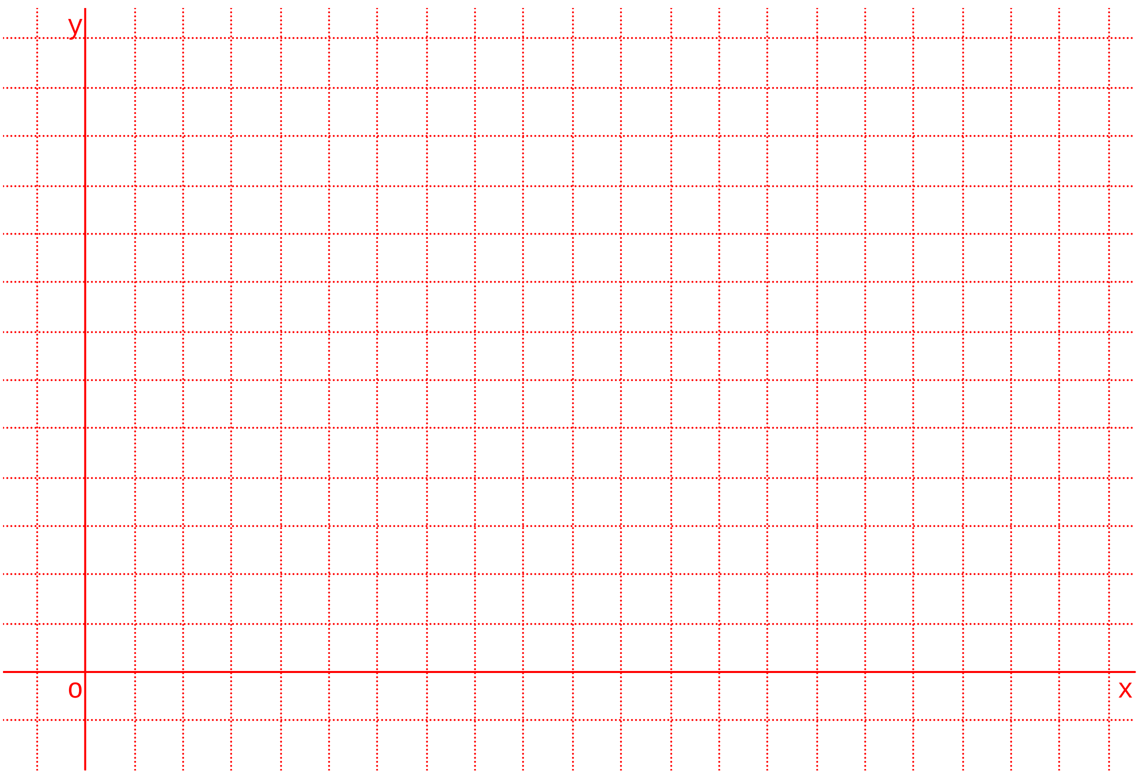
On peut représenter une série statistique donnée en classe à l'aide d'un **histogramme.** Chaque classe est alors représentée par un rectangle.

Par exemple, on considère l'age en années de 100 jeunes inscrits dans un club de judo . On regroupe ces âge selon le tableau :

Age	[5 ; 9 [	[9 ; 12 [	[12 ; 16 [	[16 ; 18]
Effectif	16	36	20	28

On représente alors, sur une droite graduée, les bornes des diverses classes.
Ensuite, on représente les effectifs par des rectangles dont les aires sont proportionnelles aux effectifs de chaque classe.

Par exemple : la classe [5 ; 9 [a un effectif de 16 et une étendue égale à 4.



3 Propriétés de la moyenne

3.1 linéarité

Soit S une série statistique : $S = \{ x_1 ; x_2 ; \ldots ; x_N \}$ de moyenne

Alors : si toutes les valeurs augmentent d'un réel k, la moyenne augment également de k.

si toutes les valeurs sont multipliées par un réel k, la moyenne est également multipliée par k.

Exemple 1 les temps de vies de quatre bactéries sont, en minutes :

10008 ; 10012 ; 10006 et 10014. Calculer la moyenne de deux façons.

Elle vaut $\dfrac{10008 + 10012 + 10006 + 10014}{4} = 10010$ ou bien : $\dfrac{8 + 12 + 6 + 14}{4} + 10000 = 10010$

Exemple 2 Les prix en euros de 6 vélos sont les suivants :

{ 100 ; 150 ; 125 ; 140 ; 200 ; 110 }

Donner la moyenne de leurs prix en francs (1€ ≈ 6,56 F)

Pas la peine de calculer chaque prix en franc, grâce à la linéarité de la moyenne :

On calcule : $\dfrac{100 + 150 + 125 + 140 + 200 + 110}{6} \times 6{,}56 = 902{,}00$ € (arrondi au centime près)

3.3 Calculs de moyennes connaissant l'effectif de chaque valeur

Si une série S est composée des valeurs :

x_1 d'effectif n_1

x_2 d'effectif n_2

.

.

x_p d'effectif n_p

alors la moyenne de S est :

$$\frac{x_1 . n_1 + x_2 . n_2 + \ldots + x_P . n_P}{n_1 + n_2 + \ldots + n_p}$$

C'est-à-dire qu'on compte chaque valeur multipliée par son effectif, et qu'on divise par l'effectif total.

4 Diagrammes en bâtons

Cette représentation est utilisée dans le cas de séries discrètes.

Chaque classe de la série est représentée par un bâton de hauteur proportionnelle à l'effectif (ou à la fréquence).

Exemple Pointure de chaussures de 20 femmes.

Pointure	35	36	37	38	39	40
Effectif	1	0	5	8	4	2